الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الأغواط — ثانويات الأغواط المقاطعة -1-

الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي — دورة ماي 2019

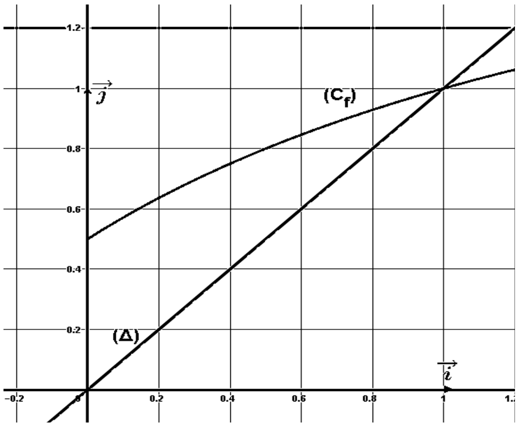
الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات	المدة:03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04,5 نقطة)



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$ ، وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها (الشكل المقابل) ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

I) أ درس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

II) (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ) أعد رسم الشكل في ورقة الإجابة ثم مثل الحدود u_3,u_2,u_1,u_0 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الإنشاء ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n $0\le u_n\le 1$ ،ثم بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما وماذا تستنتج؟

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=\dfrac{1+u_n}{1-u_n}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ثم عبر عن حدها العام v_n بدلالة n .

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=1-\dfrac{2}{v_n+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) أحسب بدلالة n المجموعين $S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0-1}+\dfrac{1}{u_1-1}+...+\dfrac{1}{u_n-1}$

التمرين الثاني: (04,5 نقطة) :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر $A(1;4;-5)$ ، $B(3;2;-4)$ ، $C(5;4;-3)$ و $D(-2;8;4)$ نقط منه و (Δ) مستقيما يشمل النقطة D وشعاع توجيهه $\vec{u}(1;5;-1)$

1) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا (ABC) معادلته $x-2z-11=0$

2)أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) ، وتحقق أن النقطة $E(-3;3;5)$ تنتمي اليه .

3)نعتبر (P) المستوي المعرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases}x=4-2t-3k\\y=-7t+k\\z=-3+5t-4k\end{cases}$; $(t;k)\in\mathbb{R}^2$

أ) تحقق من أن $x-y-z-7=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

ب) بين أن المستويين (p) و (ABC) يتقاطعان وفق مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيله الوسيطي.

ج) تحقق من أن النقطة $F(3;0;-4)$ تنتمي إلى (D)،واستنتج (بدون حساب)مع التبرير المسافة بين F و المستوي (P).

4) أ) عين إحداثيات النقطة G مرجح الجملة $\{(E;2),(F;1)\}$ ، ثم استنتج مع التعليل المسافة بين G و المستقيم (EF).

ب)ماطبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $(\overrightarrow{MG}-\overrightarrow{ME}) \perp (\overrightarrow{2ME}+\overrightarrow{MF})$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط A، B و C التي لواحقها على

الترتيب : $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=iz_A$ و $z_c=\overline{z_A}$

1) أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الجبري

2) أ) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(E).....\dfrac{1+i-z}{-1+i-z}=2e^{i\pi}$

ب) إستنتج أن النقطة A هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه النقطة Ω ذات الاحقة z_Ω

(حيث z_Ω هو حل للمعادلة (E)) يطلب تعيين عناصره المميزة وكتابة عبارته المركبة .

3) أ) أوجد مركز ونصف قطر الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC .

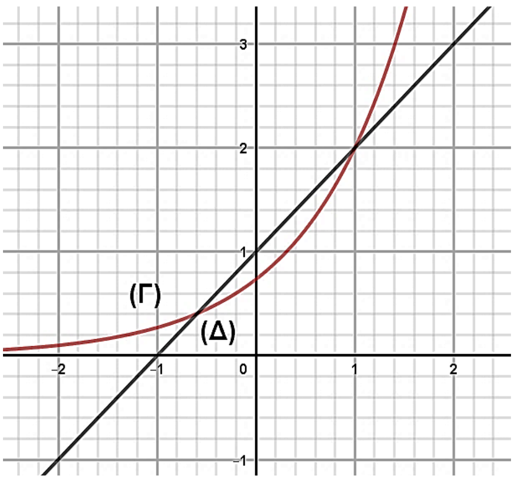
ب) بين أن النقطة H ذات اللاحقة $z_H=-1+3i$ هي مركز الدائرة (γ') صورة الدائرة (γ) بالتحويل S ثم عين معادلة ديكارتية للدائرة (γ') .

4)عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا تماما.

5) أ) عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z=z_C-k\frac{z_A}{z_C}$ ، k يمسح $\mathbb{R}_+^*$.

ب) عين (Γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $k\in\mathbb{Z}$ ، $arg\left[\left(\frac{z_A-z}{z_B-z}\right)^2\right]=\pi+2\pi k$.

التمرين الرابع:(06نقاط)



I) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة (cm)،

(Γ) التمثيل البياني للدالة : $x\to 2e^{x-1}$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x+1$

α و 1 هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ) و (Δ) حيث : $-0{,}6<\alpha<-0{,}5$

1)بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة لـ (Δ) على $\mathbb{R}$

2) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-2e^{x-1}+x+1$،

حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2(ex-e-3)+(x+2)e^{-x+2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

1) أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-g(x)e^{2-x}$

ج) عين دون حساب $\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

د) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=2(ex-e-3)$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$، وأدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

ج) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $-1,4<\beta<-1,3$

3) أنشئ كلا من (D) و (C_f)، (نأخذ $f(\alpha)=4,15$)

4) أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)، (D) والمستقيمين الذين معادلتهما $x=1$ و $x=2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (05 نقاط) :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1 \end{cases}$

-1 أحسب الحدود: u_1 ، u_2 ، u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

-2 أ) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n\le n+3$

ب) أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) .

ج) استنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل ، هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة ؟

-3 نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $V_n=u_n-n$

أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب V_n بدلالة n ، واستنتج عبارة (u_n) بدلالة n ثم أحسب نهاية (u_n) عند $+\infty$

ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

-4 لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $t_n=\ln(V_n)$

أ) برهن أن (t_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب)- أحسب بدلالة n المجموع : $A_n=t_0+t_1+\cdots+t_n$ و إستنتج بدلالة n الجداء : $P_n=V_0\times V_1\times\ldots\times V_n$.

التمرين الثاني(04 نقاط):

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ،منها سبع كريات بيضاء تحمل الأرقام بـ: 0،0،0،1،2،3،4

و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام $-1,3,-4$ ، **نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق**

1) أحسب احتمال الحوادث التالية:

A:" الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون "

B :"الحصول على كرة حمراء على الأقل تحمل عددا سالبا "

C : "الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم "

2) نعيد الصندوق الى وضعيته الأولى ونسحب على التوالي دون ارجاع كريتين من الصندوق .

أ) أحسب احتمال: D :"الحصول على كريتين مختلفتين اللون" ، E :"الحصول على كريتين جداء رقميهما عددا سالبا تماما"

ب) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث (05 نقاط) :

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقط :
A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ ، $z_C=2$

أ) بين أن : $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=e^{\frac{i\pi}{3}}$.

ب) عين طبيعة المثلث ABC .

ج) عين مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC ، أرسم (C) .

1) أ) عين الطبيعة و العناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق

$2(z+\bar{z})+z\bar{z}=0$.

ب) تحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ) .

2) ليكن الدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

أ) عين صورة B بالدوران R

ب) عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

ت) عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R .

التمرين الرابع (06 نقاط)

المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2-x(1+\ln(2)-\ln(x))$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $\begin{cases} f(x)=2-x-xlnx \\ f(0)=2 \end{cases}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) أ) أحسب : $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(h)-2}{h}$ ، ماذا تستنتج ؟

ب) أحسب نهاية الدالة $f(x)$ عند $+\infty$.

ج) أحسب $f'(x)$ مشتق الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم أدرس إشارته .

د) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) ، عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

3) أنشئ (Δ) والمنحنى (C_f) .

4) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x^2lnx$

أ) أحسب $h'(x)$ مشتق الدالة h .

ب) استنتج دالة اصلية على المجال $]0;+\infty[$ للدالة : $x\to xlnx+\frac{x}{2}$.

ج) α عدد حقيقي حيث $0<\alpha<1$ ، أحسب المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=\alpha$ ، $x=1$ ثم أحسب $\lim\limits_{\alpha\to 0}A(\alpha)$ واعط تفسيرا لهذه النتيجة .

التصحيح النموذجي للبكالوريا التجريبية دورة2019 شعبة علوم تجريبية

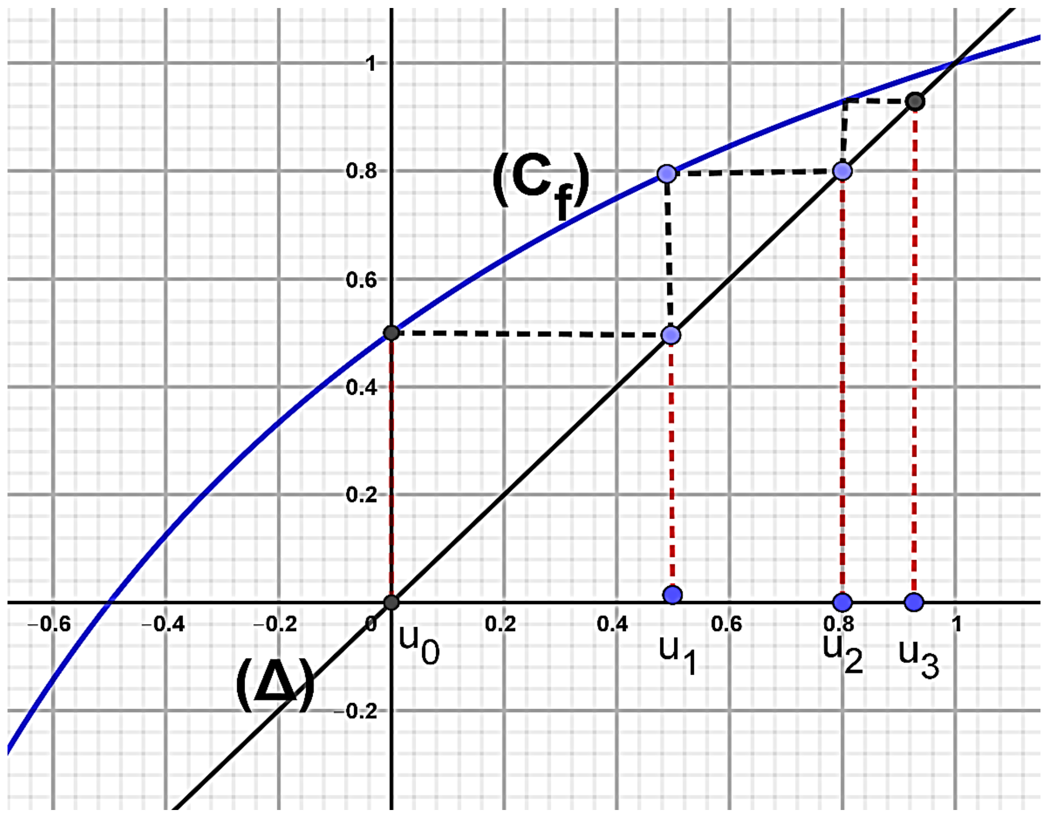
الموضوع الأول

العلامة	العلامة مجزأة	التمرين الأول
4,5 نقطة		

-1 **دراسة اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$:** من أجل كل x من $[0;+\infty[$: **0,25**

$f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}>0$ اذن f' موجبة تماما على $[0;+\infty[$ وبالتالي f متزايدة على $[0;+\infty[$

(II



0,25 × 4

التخمين حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) : متتالية متزايدة . $(u_0<u_1<u_2<u_3)$ **ومتقاربة نحو 1** **0,5**

-2 **البرهان بالتراجع أن $0\le u_n\le 1$:**

لتكن الخاصية : $p(n):0\le u_n\le 1$

- مرحلة التحقق من أجل $n=0$: لدينا $0\le u_0\le 1$ ومنه $p(0)$ صحيحة . **0,5**
- المرحلة الوراثية : نفرض أن $p(n)$ صحيحة أي : $0\le u_n\le 1$ ونبرهن صحة $p(n+1)$: **0,5**

أي نبرهن أن $0\le u_{n+1}\le 1$: لدينا $u_{n+1}=f(u_n)$ و f متزايدة تماما على المجال $[0;1]$

ومنه : $f(0)\le f(u_n)\le f(1)$ أي $0\le \frac{1}{2}\le u_{n+1}\le 1$

اذن الخاصية من أجل $n+1$ صحيحة

الخلاصة : نستنتج حسب مبدأ البرهان بالتراجع ، أن الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n

<u>دراسة اتجاه تغير المتتالية u_n</u> : $u_{n+1}-u_n=\frac{1-u_n{}^2}{u_n+2}$ ، لدينا $0\le 1-u_n{}^2\le 1$ و $2\le u_n+2\le 3$ — 0,5

ومنه u_n متزايدة تماما .

بما أن (u_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى ب1 فهي متقاربة نحو1 (مبرهنة) — 0,25

3) أ)نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $v_n=\frac{1-u_n}{1+u_n}$

<u>نبرهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها 3:</u>

$v_{n+1}=\frac{1+u_{n+1}}{1-u_{n+1}}=\frac{u_n+2+2u_n+1}{u_n+2-2u_n-1}=\frac{3(u_n+1)}{1-u_n}=3v_n$ ومنه (V_n) متتالية هندسية اساسها 3 و — 0,25

حدها الأول : $V_0=1$.

<u>التعبير عن V_n و u_n بدلالة n :</u> $V_n=\ V_0\times q^n=(3)^n$ ، — 0,25

ب) إثبات أن : $u_n=1-\frac{2}{v_n+2}$: $(1+v_n)u_n=v_n-1$ ومنه — 0,25

$u_n=\frac{v_n-1}{v_n+1}=\frac{v_n-2+1}{v_n+1}=1-\frac{2}{v_n+1}$ — 0,25

و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}1-\frac{2}{3^n+1}=1$

<u>*حساب المجموع : S_n*</u> : $S_n=v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)=\frac{1-3^{n+1}}{-2}=-\frac{1-3^{n+1}}{2}$ — 0,25

<u>حساب المجموع : T_n:</u> — 0,25

$$T_n=-\frac{1}{2}\left\{(v_0+v_1+\ldots+v_n)+(1+1+\ldots+1)\right\}=-\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1-3^{n+1}}{2}\right)+(n+1)\right\}$$

التمرين الثاني	العلامة مجزأة	العلامة
الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. **1-أ- نبين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا نرمز له بـالرمز (ABC) :** النقط A ، B ، C تعين مستويا معناه : النقط A ، B ، C ليست في استقامية $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطان خطيا $\overrightarrow{AB}(2;-2;1)$ ، $\overrightarrow{AC}(4;0;2)$ لدينا : $\frac{4}{2}\neq\frac{0}{-2}$ ومنه $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطان خطيا	0, 75	4,5 نقطة
ب-نبين أن للمستوى (Q) معادلة من الشكل : $x+y+z+2=0$:	0,5	
نعوض باحداثيات النقط A ، B ، C نجد : $\begin{cases}(1)+10-11=0\\3+8-11=0\\5+6-11=0\end{cases}$ ومنه $x-2z-11=0$ معادلة للمستوي (ABC) .	0,5	
2- كتابة التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) الذي يشمل D وشعاع توجيهه $\vec{u}(1;5;-1)$: $\begin{cases}x=t-2\\y=5t+8\\z=-t+4\end{cases}$		
التحقق أن النقطة E تنتمي اليه: $\begin{cases}t=-1\\t=-1\\t=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3=t-2\\3=5t+8\\5=-t+4\end{cases}$ وهو المطلوب	0,25	
3) أ) **التحقق من ان $x-y-z-7=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (p) :** لدينا من التمثيل الوسيطي للمستوي (p) : شعاعي توجيه له هما $\vec{u}(-2;-7;5)$ و $\vec{v}(-3;1;-4)$ وكذلك لدينا من المعادلة $\vec{n}(1;-1;-1)$، لكي تكون $x-y-z-7=0$ المعادلة الديكارتية ل (p) معناه: $\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{u}=0\\\vec{n}\cdot\vec{v}=0\end{cases}$ أي $\begin{cases}-2+7-5=0\\-3-1+4=0\end{cases}$ اذن المعادلة $x-y-z-7=0$ معادلة ديكارتية لـ: (p)	0,5	
ب) تبيين أن المستويين (p) و (ABC) يتقاطعان وفق مستقيم (D) مع تعيين تمثيله الوسيطي: لدينا $\overrightarrow{n_{(p)}}(1;-1;-1)$ و $\vec{n}_{(ABC)}(1;0;-2)$ غير مرتبطين خطيا و $\begin{cases}x-2z-11=0\\x-y-z=0\end{cases}$ بوضع $z=t$ نجد $(D):\begin{cases}x=2t-11\\y=t-18\\z=t\end{cases}$	0, 5	
ج) **التحقق من أن النقطة F تنتمي الى (D):** $\begin{cases}3=2t+11\\0=t+4\\-4=t\end{cases}$ نجد $t=-4$ اذن F تنتمي الى (D)	0,25	
بما أن F تنتمي الى (D) فان F تنتمي الى (P) ومنه : $d(F;(p))=0$	0,25	

	0, 5 0,25 0,25	**4) أ) تعيين احداثيات G مرجح الجملة $\{(E;2),(F;1)\}$:** $$G\left(\frac{2x_E+1x_F}{3};\frac{2y_E+1y_F}{3};\frac{2z_E+1z_F}{3}\right)=(-1;3;2)$$ **بما أن** G **مرجح** $\{(E;2),(F;1)\}$ **فحسب خواص المرجح:** $G\in(EF)$**ومنه** $d(G;(EF))=0$ **ب) طبيعة المجموعة (Γ) :** $(2\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF})\perp(\overrightarrow{MG}-\overrightarrow{ME})$ $(3\overrightarrow{MG})\perp(-\overrightarrow{GE})$ $\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{EG}=0$ ومنه مجموعة النقط (Γ): هي المستوي الذي شعاعه الناظمي $\overrightarrow{EG}$ و G نقطة منه .

التمرين الثالث	العلامة مجزأة	العلامة
كتابة كل من z_A و z_B على الشكل الجبري: $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}=\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2})=1+i$ $Z_B=iz_A=i(1+i)=i-1=-1+i$	0, 5	**05 نقاط**
2) أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $\frac{1+i-z}{-1+i-z}=2e^{i\pi}$ تكافئ $1+i-z=-2(-1+i-z)$ ومنه $z=-\frac{1}{3}+i$	0,5	
ب) استنتاج أن النقطة A هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S : لدينا : $\frac{1+i-z}{-1+i-z}=2e^{i\pi}$ ومنه $\frac{z_A-z_\Omega}{z_B-z_\Omega}=2e^{i\pi}$ معناه أن : $z_A-z_\Omega=2e^{i\pi}(z_B-z_\Omega)$ ومنه $S(A)=B$ تشابه مباشر مركزه Ω ونسبته 2 وزاويته π .	0,75	
عبارته المركبة: $z'-z_\Omega=2e^{i\pi}(z-z_\Omega)$ وتكافئ $z'=-2z+z_\Omega(1+2)$ ومنه $z'=-2z-1+3i$	0, 5	
3) أ) مركز ونصف قطر الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC: لدينا $\|z_A\|=OA=\sqrt{2};\|Z_B\|=OB=\sqrt{2};\|Z_C\|=OC=\sqrt{2}$ بما ان $OA=OB=OC=\sqrt{2}$ فان النقط تنتمي الى نفس الدائرة (γ) مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{2}$	0,5	
ب) تبيين أن النقطة H هي مركز الدائرة (γ') صورة الدائرة (γ) بالتحويل S: $S(\gamma)=\gamma'$ أي $z_H=-2z_O-1+3i$ ومنه $z_H=-1+3i$ و $r'=2r=2\sqrt{2}$	0,75	
المعادلة الديكارتية للدائرة (γ'): $(\gamma'):(x+1)^2+(y-3)^2=8$	0,25	
4) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{Z_A}{Z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا تماما: $\left(\frac{Z_A}{Z_C}\right)^n=\left(\frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}\right)=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $n\frac{\pi}{2}=2k\pi$ اذن $n=4k;k\in\mathbb{N}$	0,5	
5) أ) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة Z حيث: $z=z_C-k\frac{z_A}{z_C}$ و K يمسح $\mathbb{R}_+^*$ $z-z_C=ke^{i\pi}e^{i\frac{\pi}{2}}=ke^{i\frac{3\pi}{2}}$ ومنه $\begin{cases}\|z-z_C\|=k\\ \arg(z-z_C)=\frac{3\pi}{2}\end{cases}$	0, 5	

	0,25	مجموعة النقط (Γ) هي نصف المستقيم $[CM)$ باستثناء C والذي يحقق $\left(\vec{u};\overrightarrow{CM}\right)=\frac{3\pi}{2}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}$ **ب) <u>مجموعة النقط</u> (Γ') <u>التي تحقق:</u>** $\arg\left[\left(\frac{z_A-z}{z_B-z}\right)^2\right]=\pi+2k\pi$: لدينا: $\arg\left[\left(\frac{z_A-z}{z_B-z}\right)^2\right]=2\arg\left[\left(\frac{z_A-z}{z_B-z}\right)\right]=\pi+2k\pi$ ومنه $\arg\left[\left(\frac{z_A-z}{z_B-z}\right)\right]=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ومنه مجموعة النقط (Γ') هي دائرة قطرها $[AB]$ باستثناء النقطتين A و B . .

العلامة	العلامة مجزأة	التمرين الرابع
06 نقاط		

1) بقراءة بيانية تحديد وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة لـ (Δ) على $\mathbb{R}$:

0,5

على المجال $]-\infty;\alpha]$: (Γ) فوق (Δ)

على المجال $[\alpha;1]$: (Γ) تحت (Δ)

على المجال $[1;+\infty[$: (Γ) فوق (Δ)

2) تحديد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

لدينا : $g(x)=-(2e^{x-1}-(x+1))$ ومنه :

0, 5

x	$-\infty$		α		1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

II) أ- النهايات :

0,25

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} 2(ex-e-3)+(x+2)e^{-x+2}=-\infty$$

لأن: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} 2(ex-e-3)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}(x+2)e^{-x+2}=-\infty\end{cases}$

0,25

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} 2(ex-e-3)+(x+2)e^{-x+2}=+\infty$$

لأن: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} 2(ex-e-3)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(x+2)e^{-x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-x+2}+2e^{-x+2})=\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x}{e^{x}}e^{2}+2e^{-x+2})=0\end{cases}$

ب) تبيين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-g(x)e^{2-x}$

0,5

$$f'(x)=2e+e^{-x+2}-(x+2)e^{-x+2}=e^{-x+2}(2e^{x+1}+1-x-2)$$

$$=-e^{-x+2}(-2e^{x+1}+x+1)=-g(x)e^{-x+2}$$

0,25

ج) تعيين $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=0$) α **قيمةحدية كبرى) ومنه (C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة** α

د) استنتاج اتجاه تغير الدالة f و تشكيل جدول تغيراتها

لدينا: $e^{-x+2}>0$ ومنه اشارة f' من اشارة $-g(x)$

0,75

x	$-\infty$	α	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$	

ومنه f متزايدة تماما على $]-\infty;\alpha]\cup[1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[\alpha;1]$

2) جدول التغيرات :

0,25

x	$-\infty$		α		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		—		+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$3e-6$	↗	$+\infty$

0,5

2-أ) تبيين أن المستقيم (D) ذوالمعادلة $y=2(ex-e-3)$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-y=\lim_{x\to+\infty}(x+2)e^{-x+2}=0$$

ب) دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D):

معناه دراسة اشارة الفرق: $f(x)-y$

0,25

لدينا $e^{-x+2}>0$ ومنه اشارة الفرق من اشارة $(x+2)$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		(C_f) تحت (D)	نقطة تقاطع	(C_f) فوق (D)	

ب) تبيين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها

0,25

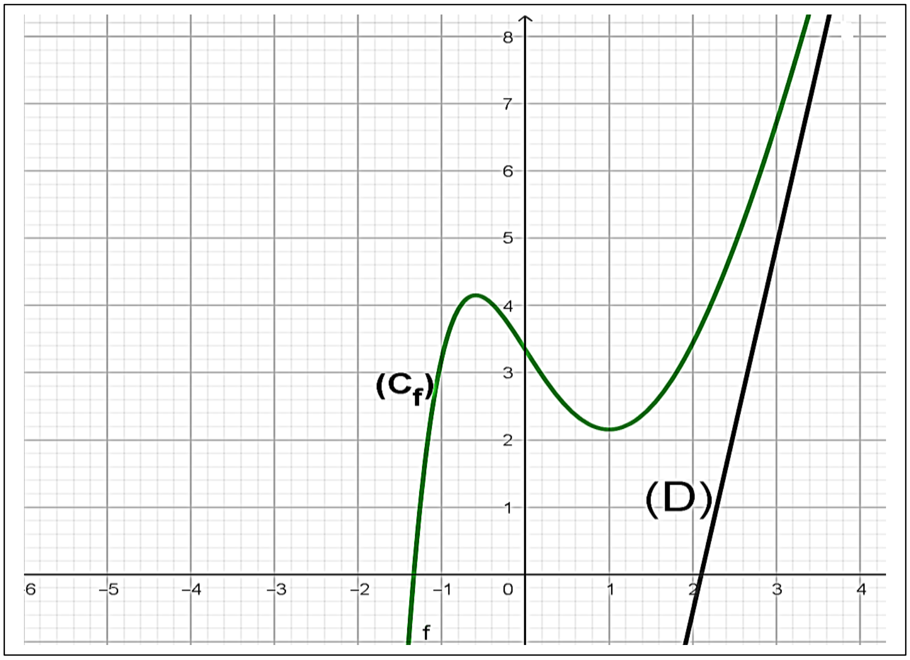
لدينا $f''(x)=xe^{2-x}$ تنعدم المشتقة الثانية من أجل $x=0$

اذن (C_f) يقبل نقطة انعطاف $(0,f(0))$

ج)بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها β حيث $-1,4<\beta<-1,3$ **معناه:** $f(\beta)=0$

0,5

لدينا f مستمرة (مجموع وجداء دوال مستمرة)ورتيبة تماما على المجال $[-1,4;-1,3]$(جدول التغيرات)و $f(-1,4)\times f(-1,3)<0$ اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-1,4<\beta<-1,3$.

3) الانشاء 	**0,75**	
4) حساب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C_f)، (D) والمستقيمين الذين معادلتهما $x=1$ و $x=2$. بما أن (C_f) فوق (D) لدينا: $\int_1^2 f(x)-y=\int_1^2 (x+2)e^{-x+2}$ باستعمال المكاملة بالتجزئة نجد $A=\left[-(x+2)e^{-x+2}\right]_1^2-\int_1^2 -e^{-x+2}dx=\left[-4+3e\right]-\left[-1+e^1\right]=-3+4e\,(cm^2)$	**0,5**	

التصحيح النموذجي للموضوع 2

التمرين الأول	العلامة مجزأة	العلامة
-1 حساب الحدود : $u_1 = \frac{7}{3}$ ، $u_2 = \frac{26}{9}$ ، $u_3 = \frac{97}{27}$ التخمين حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) : متتالية متزايدة .	0,75	05 نقاط
-2 البرهان بالتراجع أن : $u_n \le n+3$ لتكن الخاصية : $p(n): u_n \le n+3$ - من أجل $n=0$ لدينا : $u_0 \le 3$ ومنه : $p(0)$ صحيحة .	0,25	
- نفرض أن $p(n)$ صحيحة أي : $u_n \le n+3$ ونبرهن صحة $p(n+1)$: أي نبرهن أن : $u_{n+1} \le n+1+3$ أي : $u_{n+1} \le n+4$ لدينا من فرضية التراجع : $u_n \le n+3$ ومنه $\frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}\, n + 1 \le \frac{2}{3}n + 3 \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\, n + 1$ وبالتالي : $u_{n+1} \le n+3$ ولدينا : $n+3 \le n+4$ ومنه : $u_{n+1} \le n+4$. اذن الخاصية من أجل $n+1$ صحيحة الخلاصة : نستنتج حسب مبدأ البرهان بالتراجع ، أن الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n إذن : $u_n \le n+3$.	0,5	
دراسة اتجاه تغير المتتالية u_n : $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}\, n + 1 - u_n = -\frac{1}{3}u_n + \frac{1}{3}\, n + 1$ ولدينا $u_n \le n+3$ أي $-\frac{1}{3}u_n \ge -\frac{1}{3}u_n - 1$ ومنه $-\frac{1}{3}u_n + \frac{1}{3}\, n + 1 \ge 0$ وبالتالي: $u_{n+1} - u_n \ge 0$ ومنه متزايدة .	0,5	
استنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل ، هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة : لدينا (u_n) متزايدة معناه $u_n \ge u_0$ أي $u_n \ge 2$ نستنتج أن (u_n) محدودة بالاسفل بالعدد 2. لايمكن القول أن (u_n) متقاربة : لأنها متزايدة وليست محدودة من الاعلى .	0,5	
- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $V_n = u_n - n$ نبرهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول: $V_{n+1} = u_{n+1} - n - 1 = \frac{2}{3}u_n - \frac{2}{3}n = \frac{2}{3}(u_n - n) = \frac{2}{3} \times V_n$ ومنه (V_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{2}{3}$ و حدها الأول : $V_0 = 2$.	0,5	
التعبير عن V_n و u_n بدلالة n : $V_n = V_0 \times q^n = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ، $u_n = V_n + n = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + n$	0,5	
حساب المجموع : S_n $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = (V_0 + 0) + (V_1 + 1) + \cdots + (V_n + n)$ $= (V_0 + V_1 + \cdots + V_n) + (0 + 1 + \cdots + \mathrm{n}) = 6 \times \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) + n(n+1)$	0,5	
لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $t_n = \ln(V_n)$ البرهن أن (t_n) متتالية حسابية و تعيين أساسها وحدها الأول : (t_n) حسابية معناه أن : $t_{n+1} = t_n + r$ لدينا : $t_{n+1} = \ln(V_{n+1}) = \ln\left(\frac{2}{3}V_n\right) = \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln(V_n) = \ln\left(\frac{2}{3}\right) + t_n$ ومنه (t_n) متتالية حسابية اساسها : $\mathrm{r} = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$ وحدها الأول $t_0 = \ln(V_0) = \ln(2)$.	0,5	
حساب بدلالة n المجموع : $A_n = t_0 + t_1 + \cdots + t_n$ $A_n = \frac{n+1}{2}\left(l\,n(2) + l\,n(2) + nln\left(\frac{2}{3}\right)\right) = \frac{n+1}{2}\left(2l\,n(2) + nln\left(\frac{2}{3}\right)\right)$ إستنتاج بدلالة n الجداء : $P_n = V_0 \times V_1 \times \ldots \times V_n$ $P_n = e^{t_0} \times e^{t_1} \times \ldots \times e^{t_n} = e^{t_0+t_1+..+t_n}$ ومنه : $P_n = e^{S_n}$.	0,5	

العلامة	العلامة مجزأة	التمرين الثاني

عدد الحالات الممكنة هي : $C_{10}^{3} = 120$

1) حساب احتمال الحوادث التالية:

-احتمال الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون :

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_7^3 + C_3^3}{21} = \frac{36}{120}$$ 0,5

احتمال الحصول على كرية حمراء على الأقل تحمل عددا سالبا: ليكن $p(R)$ الحصول علة كرية حمراء على الأقل و
$p(R \cap j)$ الحصول على كرة حمراء على الأقل وتحمل رقما سالبا

$$p(B) = \frac{p(R \cap j)}{p(R)} = \frac{\dfrac{C_2^1 \times C_8^2 + C_2^2 \times C_8^1}{C_{10}^3}}{\dfrac{C_3^1 \times C_7^2 + C_3^2 \times C_7^1 + C_3^3}{C_{10}^3}} = \frac{64}{85}$$ 0, 5

احتمال الحصول على ثلاث كريات جداء ارقامهم معدوم

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^1 \times C_7^2 + C_3^2 \times C_7^1 + C_3^3}{120} = \frac{85}{120}$$ 0, 5

2) نعيد الصندوق الى وضعيته الأولى ونسحب على التوالي دون ارجاع كريتين من الصندوق

عدد الحالات الممكنة هي : $A_{10}^{3} = 90$

احتمال الحصول على كريتين مختلقتين اللون:

$$P(D) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{2 \times (A_7^1 \times A_3^1)}{90} = \frac{42}{90}$$ 0,5

احتمال الحصول على كريتين جداء رقميهما عددسالب تماما:

$$P(D) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{2 \times (A_2^1 \times A_8^1)}{90} = \frac{32}{90}$$ 0,5

– ب- تعيين قيم المتغير العشوائي x : $\boldsymbol{x = \{0, 1, 2\}}$ 0,25

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x :

$$P(x=0) = \frac{A_7^2}{90} = \frac{42}{90} \quad , \qquad P(x=1) = \frac{2 \times (A_7^1 \times A_3^1)}{90} = \frac{42}{90}$$ 0,75

$$P(x=2) = \frac{A_3^2}{90} = \frac{6}{90}$$

x	0	1	2
$p(x = xi)$	$\frac{42}{90}$	$\frac{42}{90}$	$\frac{6}{90}$

0,25

- حساب الأمل الرياضي : $E(x) = \left(0 \times \frac{42}{90}\right) + \left(1 \times \frac{42}{90}\right) + 2 \times \frac{6}{90} = \frac{54}{90} = 0{,}6$ 0,25

04 نقاط

التمرين الثالث	العلامة مجزأة	العلامة

حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

$(z-2)(z^2+2z+4)=0$ **معناه :** $\begin{cases}(z-2)=0 \ldots\ldots(1)\\(z^2+2z+4)=0 \ldots(2)\end{cases}$ **ومنه من (1) نجد $z=2$**

ونحسب المميز حيث $\Delta=-12=12i^2$ **ومنه يوجد حلان هما:** $z_1=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_2=-1-i\sqrt{3}$

0, 5

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقط :

A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ ، $z_C=2$

أ) بين أن : $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=e^{\frac{i\pi}{3}}$:

0,5

$$\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=\frac{-1-i\sqrt{3}-2}{-1+i\sqrt{3}-2}=\frac{-3-i\sqrt{3}}{-3+i\sqrt{3}}=\frac{(-3-i\sqrt{3})(-3-i\sqrt{3})}{(-3+i\sqrt{3})(-3-i\sqrt{3})}=\frac{6+6i\sqrt{3}}{12}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$$

ومنه :

$$\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=\left[1,\frac{\pi}{3}\right]$$

0,5

ب) تعيين طبيعة المثلث ABC : **المثلث** ABC متقايس الاضلاع .

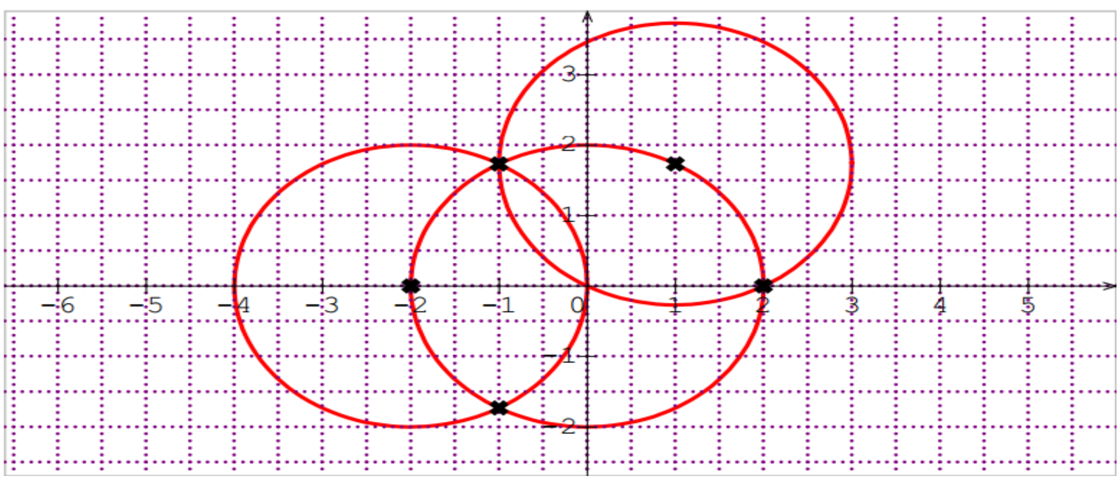
ج) عين مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC ، أرسم (C) :

المركز هو : $z_\Omega=\frac{z_A+z_b+z_C}{3}=\frac{-1+i\sqrt{3}-1-i\sqrt{3}+2}{3}=0$ **ومنه :** $z_\Omega=(0,0)$.

ونصف القطر : $OA=OB=OC=|z_A|=|z_B|=|z_C|=2$

0,5

الرسم :



0,5

1- أ) عين الطبيعة و العناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z والتي تحقق : $2(z+\bar{z})+z\bar{z}=0$:

0,5

ليكن $z=x+iy$ ومنه لدينا : $z+\bar{z}=2RE(z)$ و $z\bar{z}=x^2+y^2$ ومنه بعد التعويض و التبسيط نجد : $4x+x^2+y^2=0$ تكافئ : $(x+2)^2+y^2=4$ ومنه المجموعة (Γ) هي دائرة مركزها $\omega(-2;0)$ ونصف قطرها $r=2$.

ب) التحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ) : بتعويض كل من النقطتين A و B في المعادلة

0,5

$(x+2)^2+y^2=0$ **نجد :** $\begin{cases}(-1+2)^2+\sqrt{3}^2=4\\(-1+2)^2+\sqrt{3}^2=4\end{cases}$ ومنه النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ)

2- ليكن الدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

لدينا : $|a|=1$ و $\arg a=\frac{\pi}{3}$ **اذن :** $a=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ **ولدينا :** $z_A=\frac{b}{1-a}$ **ومنه :**

$b=1+\sqrt{3}i$ **اذن الكتابة المركبة للدوران من الشكل :** $z'=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z+1+\sqrt{3}i$

0,5

تعين صورة B بالدوران R :

05 نقاط

	0,5 0, 5	صورة B بالدوران R هي C لان : $z_C = \left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_B + 1 + \sqrt{3}i = 2$ **ج)تعيين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتاج طبيعة الرباعي $ABCD$:** $z_D = \left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_C + 1 + \sqrt{3}i = 2 + 2\sqrt{3}i$ **طبيعة الرباعي**: معين . ج) تعين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R : هي دائرة مركزها $\omega'(1;\sqrt{3})$ ونصف قطرها $r = 2$.

التمرين الرابع :

1- دراسة تغيرات الدالة g :

أ-النهايات :

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x) = \lim_{\substack{x\to 0\\ >}}\left(2 - x(1+\ln(2)-\ln(x))\right) = \lim_{\substack{x\to 0\\ >}}(2 - x - xln(2) + xlnx) = 2$$

لأن : $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}}(xlnx) = 0$

0, 5

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}(2 - x(1+\ln(2)-\ln(x))) = 2 - \infty(1+\ln(2)-\ln(+\infty)) = -\infty(-\infty) = +\infty$$

- حساب المشتقة :

0,5

$g'(x) = (2 - x(1+\ln(2)-\ln(x)))'$ ومنه

$$g'(x) = -1(1+\ln(2)-\ln(x)) + (-x)\left(\frac{-1}{x}\right) = lnx - ln2$$

- إشارة المشتقة :

$\boldsymbol{g'(x) = 0}$ **ومنه** : $lnx - ln2 = 0$ أي $lnx = ln2$ **ومنه** $x = 2$

0,25

2) جدول التغيرات :

0,5

x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ 2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

- استنتاج حسب قيم x اشارة $g(x)$:

من جدول التغيرات نلاحظ أن : $g(x) \geq 0$

0,25

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 2 - x - xlnx$ و $f(0) = 2$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- أ) حساب $\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-2}{h}$:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-2}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{2-h-hlnh-2}{h} = \lim_{h\to 0} -1 - \ln(0) = +\infty$$

0,5

نستنتج ان الدالة تقبل مماس موازي لمحور التراتيب معادلته : $x = 0$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(2 - x - xlnx) = -\infty - \infty = -\infty$$

ج) حساب $f'(x)$ مشتق الدالة f على المجال $]0;+\infty[$:

0,5

$$f'(x) = (2 - x - xlnx)' = \boldsymbol{-1 - \left(1(lnx) + x\left(\frac{1}{x}\right)\right) = -1 - lnx - 1 = -2 - lnx}$$

اشارة المشتقة :

$f'(x) = \boldsymbol{-2 - lnx = 0}$ أي : $\boldsymbol{x = e^{-2}}$

06 نقاط

جدول التغيرات :

0,5

x	0		e^{-2}		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ 2	↗	$f(e^{-2})$	↘	$-\infty$

0,5

-2 <u>أ) كتابة معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) ، عند النقطة ذات الفاصلة 2 :</u>

$$(\Delta): \boldsymbol{y = f'(2)(x-2) + f(2) = (-2 - \ln 2)x + 4}$$

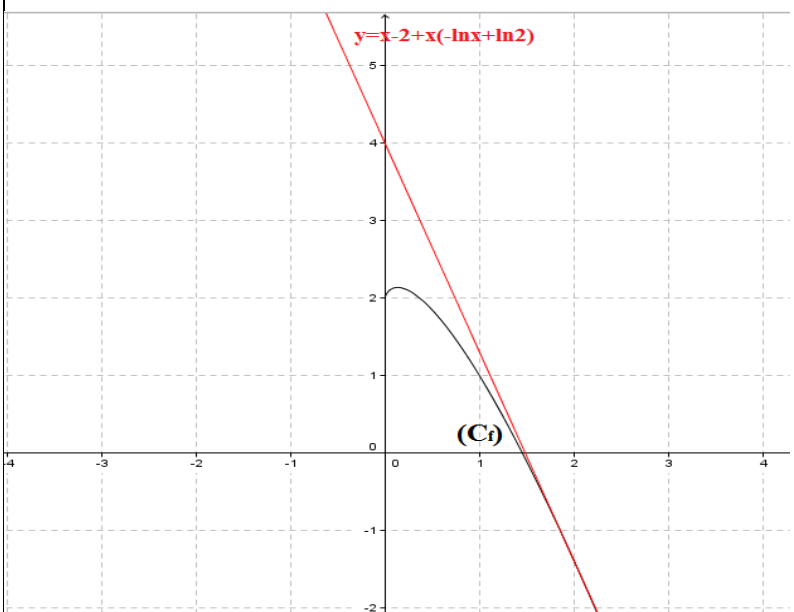
0,5

<u>ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) :</u>

<u>ندرس اشارة الفرق :</u>

$[f(x) - y] = -x\ln x + x\ln 2 + x - 2$ ومنه (C_f) يقع تحت (Δ) على المجال $]0;+\infty[$.

-3 <u>انشاء (Δ) والمنحنى (C_f) :</u>



4- نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $h(x) = x^2\ln x$

0,25

أ- <u>حساب $h'(x)$ مشتق الدالة h :</u>

$$h'(x) = (x^2\ln x)' = 2x\ln x + x$$

0,25

ب-استنتج دالة اصلية على المجال $]0;+\infty[$ للدالة : $x \to x\ln x + \frac{x}{2}$:

<u>لدينا</u> : $(x^2\ln x)' = 2x\ln x + x$ أي ان :

0,25

$$\frac{1}{2}(x^2\ln x)' = (2x\ln x + x)\frac{1}{2} = x\ln x + \frac{x}{2}$$

0,25

<u>منه الدالة الاصلية هي :</u> $\frac{1}{2}(x^2\ln x) + c$

حيث c ثابت .

ج- α عدد حقيقي حيث $0 < \alpha < 1$ ،

حساب المساحة للحيز المستوى المحدد بالمنحنى و المستقيمات التي معادلاتها :

$y = 0$ ، $x = \alpha$ ، $x = 1$.

		$A(\alpha)=\int_{\alpha}^{1} f(x)dx$
	0,25	$=\int_{\alpha}^{1}(2-x-xlnx)dx=\int_{\alpha}^{1}(2-(x+xlnx))\,dx$
		$=\int_{\alpha}^{1}\left(2-(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}+xlnx)\right)dx$
		$=\int_{\alpha}^{1}\left(2-(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}+xlnx)\right)dx=\left[2x-(\frac{x^2}{4}+\frac{1}{2}(x^2lnx)\right]$
	0,25	$=\left(2-(\frac{1}{4})\right)-\left(2\alpha-\left(\frac{\alpha^2}{4}+\frac{1}{2}\alpha^2ln\alpha\right)\right)$
		د-أحسب $\lim\limits_{\alpha\to0}A(\alpha)$: $\lim\limits_{\alpha\to0}A(\alpha)=\frac{7}{4}$